

東海大学理学部数学・情報数理談話会

以下の要領において談話会を開催致します。多数の方の御来聴をお待ち致しております。

日時：2025 年 9 月 24 日（水）17:00–18:00

場所：東海大学湘南校舎 18 号館 8 階 理学部ゼミ室 3(18-831)

講演者：伊藤 陸統（名古屋大学大学院多元数理科学研究科）

タイトル：3 次 4 次元多様体のレベル構造付きモジュライ空間の周期写像

アブストラクト：3 次 4 次元多様体 (cubic 4-fold) とは 5 次元射影空間 $\mathbb{P}^5$ 内の 3 次斉次方程式によって定義された滑らかな 4 次元多様体である。Fermat 超曲面

$$x_0^3 + x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + x_4^3 + x_5^3 = 0$$

は最も基本的な 3 次 4 次元多様体の例である。3 次 4 次元多様体は Hodge 構造の観点から $K3$ 曲面と類似しており、例えば大域 Torelli 定理などの強い主張が $K3$ 曲面と同様に成立する。

今、 $\mathcal{C}$ を 3 次 4 次元多様体のモジュライ空間 ($\mathbb{Z}$ 上の Deligne-Mumford スタック) とする。自然数 $N \geq 3$ に対して、Javanpeykar と Loughran (2017) は 3 次 4 次元多様体のレベル N モジュライ空間を $\mathcal{C}$ の $\mathbb{Z}[1/N]$ 上の有限エタール被覆として構成した。これは古典的な楕円曲線のレベル N モジュラー曲線あるいは Rizov (2006) による偏極 $K3$ 曲面のレベル構造付きモジュライ空間の 3 次 4 次元多様体版と考えられる。

今回は 3 次 4 次元多様体の虚数乗法論など数論への応用を念頭に、3 次 4 次元多様体のレベル N モジュライ空間から特殊直交群 $SO(2, 20)$ に付随した志村多様体への周期写像を $\mathbb{C}$ 上で構成する (主定理 1)。また構成した射を $\mathbb{Q}$ 上へ降下させ (主定理 2)、数論への応用が得られることを説明する。

世話人：瀧 真語

staki@tokai.ac.jp